

Спасибо Александру Леонидовичу за проделанную работу.

Ознакомившись с материалами статьи, мы подвергли сомнению наши прежние расчёты контактных напряжений, основанные на испытаниях ЭЦ-зацепление в немецкой фирмы SEW-Evrodrive. Критерием сегодняшних расчётов стало увеличение передаваемого момента (ранее критерием было высокое КПД). Сегодня в построении и расчётах ЭЦ-зацепления мы увеличили радиусы кривизны эксцентрика и увеличили длину линии контакта, что способствовало увеличению площади пятна контакта (выпуклая и вогнутая зоны контакта) и уменьшению контактных напряжений.

Замечания по статье.

1. Нет анализа сравнения пульсации передаваемого момента в ЭЦ-зацеплении и Эвольвентном зацеплении. Теоретически в ЭЦ-зацеплении пульсация передаваемого момента отсутствует, т.к. пятно контакта бежит вдоль зуба. В Эвольвентном зацеплении пятно контакта бежит поперёк зуба, что есть причина пульсации передаваемого момента. Следовательно, при повышенных оборотах в эвольвентном зацеплении возникает вибрация/шум и необходимо уменьшать высоту зуба для уменьшения этого влияния, но это снижает передаваемый момент.
2. Боковой зазор мы формируем не увеличением межцентрового зазора, а путем смещения одной из боковых поверхностей ЭЦ-зубьев. Линия /пятно контакта остаётся теоретически расчётной.
3. Пространственное ЭЦ-зацепление нельзя рассчитывать как плоские передачи.
http://tmm.spbstu.ru/02_2005.html Портал Теория Механизмов и Машин. 2005. №2. Том3.

УДК621.9.02

С.П.РАДЗЕВИЧ

К АНАЛИТИЧЕСКОМУ ОПИСАНИЮ ГЕОМЕТРИИ КАСАНИЯ
ПОВЕРХНОСТЕЙ В ВЫСШИХ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАХ

На стр.10 этой публикации читаем:

«...сделанный Герцем переход от рассмотрения двух контактирующих поверхностей Р и Т к одной поверхности приведенной кривизны R правомерен только в случаях, когда главные направления одной из контактирующих поверхностей Р совпадают с главными направлениями другой поверхности Т, или когда рассматривается контакт поверхностей относительно простой формы: “плоскость-сфера”, “плоскость-цилиндр”, “сфера-сфера” и некоторых других вырожденных случаях контакта. В общем случае контакта в высших кинематических парах, например, для случаев контакта поверхностей зубьев в гипоидных передачах и др., подобная замена приводит к **недопустимо большим погрешностям** при расчете размеров и ориентации пятна контакта, направлений осей пятна контакта, контактных давлений и их распределения в пределах пятна контакта. Это следствие того, что элементы высших кинематических пар изготавливаются из материалов с высоким модулем упругости, что делает высшие кинематические пары весьма чувствительными даже к незначительным отклонениям при решении геометрической части задачи упругого контакта».

Контакт поверхностей в ЭЦ-зацеплении есть контакт высших кинематических пар, поскольку имеет место несовпадение главных направлений контактирующих поверхностей.

4. ЭЦ-зацепление и Циклоидально-Цевочное (ЦЦ) зацепление это разные передачи. ЦЦ-это соосная плоская передача с многопарным зацеплением, а ЭЦ- это пространственная передача с параллельными или пересекающимися/скрещающимися осями. Расчёты этих передач не могут совпадать. Ранее наша команда занималась разработкой ЦЦ-передач и имеем в этой авторство нескольких патентов (в т. ч. на Редуктор-Подшипник). Это низкий КПД, высокая себестоимость и хорошие удельные показатели. ЭЦ-зацепление это продолжение наших разработок из знаний ЦЦ-передач.

Гл.конструктор ЗАО “Технология маркет” – В.В.Становской
Зав. каф. Геометрии ТГУ д.ф-м.наук., проф. - Н.Р.Щербоков

СРАВНЕНИЕ НЕСУЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ЭКСЦЕНТРИКО-ЦИКЛОИДАЛЬНОГО И ЭВОЛЬВЕНТНОГО ЗАЦЕПЛЕНИЯ

Д.т.н., проф. А.Л.Филипенков

АННОТАЦИЯ

Представлен анализ геометрии и несущей способности широко рекламируемого ЭЦ-зацепления. Показано, что ЭЦ-зацепление является вариантом эпициклоидально-цевочного зацепления. Приведена методика расчета номинальных контактных напряжений по формуле Герца и вычисления удельных нагрузок на основании методологии строительной механики. Результаты расчета ЭЦ-зацепления сопоставлены с аналогичными расчетными параметрами эвольвентной передачи. Показано, что нагрузочная способность рекламируемого ЭЦ-зацепления значительно ниже, чем у эвольвентной передачи.

Ключевые слова: ЭЦ-зацепление, циклоидально-цевочное зацепление, расчет удельных нагрузок, расчет контактных напряжений, геометрический расчет

Для минимизации потерь на трение и снижения габаритных размеров зубчатых передач предлагается использовать ЭЦ-зацепление с локализацией контакта в полюсе зацепления [1]. В информационных материалах (см. сайт:<http://ec-gearing.ru>) утверждается, что наличие точечного контакта, за счет которого при использовании эксцентриково-циклоидального зацепления (ЭЦ-зацепления) достигается повышение КПД до значений 99,99%, позволяет также снизить в два раза габаритные размеры колес с ЭЦ-зацеплением по сравнению с эвольвентной парой. Очевидно, что локализация контакта в полюсе зацепления с целью повышения КПД приводит к резкому увеличению контактных напряжений, а снижение габаритных размеров в два раза возможно только при условии, что контактные напряжения в ЭЦ-зацеплении ниже, чем у эвольвентной передачи, в 2,83 раза. Возможна ли подобная комбинация свойств?

При заданном уровне нагрузки снижение уровня контактных напряжений достигается за счет увеличения приведенного радиуса кривизны и/или суммарной длины линий контакта. Обратим внимание, что в соответствии с фундаментальной формулой Эйлера-Савари, приведенный радиус кривизны в полюсе зацепления как у эвольвентной, так и прочих видов плоских зацеплений с внешним касанием определяется одним и тем же выражением

$$\rho_{пр.в} = rU \cos \gamma / (U + 1),$$

где U – передаточное число; r – радиус начальной окружности шестерни; γ – угол между направлением нормали в полюсе зацепления и линией центров.

Из формулы Эйлера-Савари следует, что в околополюсной зоне, где обычно проявляются начальные признаки усталостного выкрашивания, все виды плоских зацеплений показывают сопоставимые между собой уровни приведенных радиусов кривизны.

Интенсивное продвижение ЭЦ-зацепления, осуществляемое с помощью публикаций, сайтов и информационных материалов, обеспечивает повышенный интерес. Вместе с тем противоречивость рекламируемых свойств этого зацепления и невозможность кардинального повышения несущей способности по сравнению с эвольвентным зацеплением далеко не всем очевидны. В связи с этим в статье поставлена задача анализа геометрии и определения уровня номинальных контактных напряжений зубчатой пары ЭЦ-зацепления. В качестве примера выбраны параметры передачи, которая спроектирована специалистами фирмы ЗАО «Технология маркет» (г. Томск):

- передаточное число $U = z_2/z_1 = 29/4 = 7,25$;
- межосевое расстояние $a_w = 102,5$ мм;
- радиус эксцентрика $\rho = 5,273$ мм;
- эксцентриситет $e = 11,257$ мм;
- угол наклона линии зубьев $\beta = 29,14^\circ$;
- расчетная ширина зубчатого венца $b_w = 47$ мм;
- угол зацепления в полюсе для торцового сечения
 $\alpha_t = \arccos [e(U + 1)/a_w] = \arccos (11,257 \cdot (7,25 + 1)/102,5 = 25,03^\circ$.

Система условных обозначений и наименование параметров соответствует принятым специалистами фирмы ЗАО «Технология маркет». В пояснительных материалах фирмы отмечено, «что методика прочностного расчета ЭЦ-зацепления находится в стадии становления». В связи с этим для решения задачи анализа ЭЦ-зацепления выполнен разбор геометрии ЭЦ-зацепления с опорой на учебную и справочную литературу, рассчитан уровень удельных сил на основании методологии строительной механики и вычислены номинальные контактные напряжения по формуле Герца. Результаты расчета ЭЦ-зацепления сопоставлены с аналогичными расчетными параметрами эвольвентной передачи.

Как указано в статье [1], ЭЦ-зацепление представляет собой «зацепление колес с криволинейными зубьями, меньшее из которых имеет один или несколько зубьев, профили которых в торцовых сечениях очерчены дугами эксцентрично смещенных окружностей, а зубья большого колеса в тех же сечениях очерчены участками циклоидальных кривых». Этому определению соответствует схема обкатывания шестерни с радиусом начальной окружности r по начальной окружности колеса с радиусом R , которая показана на рис.1 Боковые профили зубьев шестерни заданы окружностями радиуса ρ , центры M которых располагаются на расстоянии e относительно оси шестерни O_1 . При обкатывании окружности радиуса r по неподвижной окружности радиуса R точка M описывает кривую, которая представляет собой укороченную эпициклоиду [2]. Круг радиуса r называют производящим, а круг радиуса R – направляющим [3,4]. В справочной и учебной литературе [3,4] схема обкатывания, представленная на рис. 1, рассматривается как вариант циклоидального зацепления, который называют циклоидально-цевочным или цевочным. Окружности радиуса ρ представляют собой профиль цевки, а профили зубьев на парном колесе представляют собой эквидистанту эпициклоиды. Из сказанного следует, что ЭЦ-зацепление не является новым видом зацепления, а всего лишь технологическим вариантом эпициклоидально-цевочного зацепления, когда цевка заменяется зубьями, «профили которых в торцовых сечениях очерчены дугами эксцентрично смещенных окружностей». На основании анализа представляется также неправильным рекламируемое название данного зацепления как эксцентриково-циклоидального [1], в котором фактически отсутствует эксцентрик.

Координаты укороченной эпициклоиды, представляющей профиль зубьев колеса, в соответствии с рис. 1 можно определить в зависимости от параметрического угла φ (или φ_1)

$$\begin{aligned}x_3 &= (R + r)\cos \varphi - e \cos(\varphi + \varphi_1); \\y_3 &= (R + r)\sin \varphi - e \sin(\varphi + \varphi_1),\end{aligned}$$

где $\varphi_1 = \varphi R/r$ – угол поворота окружности радиуса r относительно линии центров O_1O .

На рис. 1 начальная точка эпициклоиды располагается на оси OX . Нормалью к эпициклоиде в точке M является линия WM , где W – точка касания производящего и направляющего круга.

Радиус кривизны эпициклоиды можно вычислить в соответствии с формулой из справочника [2]

$$\rho_3 = \frac{(R+r)\sqrt{(r^2+e^2-2er\cos\varphi_1)^3}}{r^3+e^2(R+r)-er(R+2r)\cos\varphi_1}.$$

Отрицательная величина радиуса кривизны соответствует положению центра кривизны с внешней стороны эпициклоиды. Координата φ_1^* точки перегиба эпициклоиды соответствует значению $\rho_3 \rightarrow \infty$ и составляет

$$\varphi_1^* = \arccos \frac{r^3+e^2(R+r)}{er(R+2r)}.$$

Переходя к определению координат зубьев колеса, обратим внимание, что точка W представляет собой полюс зацепления. Точка K , где осуществляется касание сопряженных профилей зубьев, при изменении параметрического угла φ (или φ_1) описывает профиль зубьев колеса в системе координат XOY , связанной с колесом. При этом обеспечивается основной закон зацепления, так как общая нормаль $n-n$ к сопряженным профилям зубьев в точке касания K проходит через полюс W . Из ΔWMO_1 определим длину отрезка нормали в виде

$$WM = \sqrt{r^2+e^2-2re\cos\varphi_1}.$$

Профиль зуба колеса представляет собой эквидистанту по отношению к укороченной эпициклоиде. Как видно из рис. 1, координаты точек профиля зуба составляют

$$\begin{aligned} x &= R \cos \varphi + (WM - \rho) \cos(\varphi - \gamma); \\ y &= R \sin \varphi - (WM - \rho) \sin(\varphi - \gamma), \end{aligned}$$

где $\gamma = \arcsin(e \sin \varphi_1 / WM)$ – угол между направлением нормали к профилям зубьев и линией центров OO_1 .

Начальная точка профиля зуба соответствует значениям углов $\varphi = 0$, $\varphi_1 = 0$, $\gamma = 0$ и располагается на оси OX на наименьшем расстоянии от центра O направляющей окружности.

Для вычисления радиуса кривизны зуба колеса может быть использовано уравнение Эйлера-Савари, связывающее расстояния WM и WM_2 от полюса до центров кривизны сопряженных профилей в точке их касания, радиусы начальных окружностей r и R и угол γ между нормалью $n-n$ к профилям в точке их касания и линией центров OO_1 . Для колес с внешним зацеплением уравнение Эйлера-Савари представляют в виде

$$(1/WM \pm 1/WM_2) \cos \gamma = 1/r + 1/R,$$

где верхний знак принимают при внешнем касании профилей, а нижний – при внутреннем.

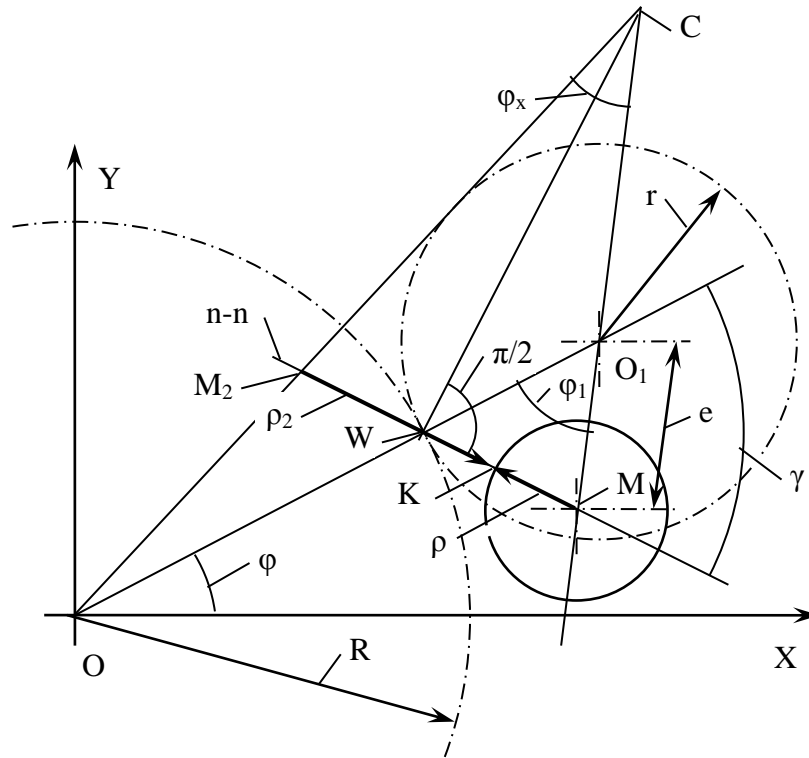


Рис. 1. Схема к вычислению профиля зубьев колеса и построение Бобилье для определения радиусов кривизны

Из этого уравнения при известном размере WM определим

$$WM_2 = 1 / [(1/r + 1/R) / \cos \gamma - 1 / WM].$$

При заданном радиусе кривизны ρ зуба шестерни радиус кривизны зуба колеса составит

$$\rho_2 = WM + WM_2 - \rho.$$

Положительная величина радиуса ρ_2 соответствует внешнему контакту, как показано на рис. 1. Отрицательная величина радиуса ρ_2 соответствует внутреннему контакту выпуклой поверхности зуба шестерни и вогнутой поверхности зуба колеса. Такой контакт имеет место в ЭЦ-зацеплении на ножках зубьев колеса вплоть до точки перегиба.

Заметим, что радиус кривизны эквидистанты укороченной эвольвенты можно также вычислить в виде разности радиусов кривизны эпициклоиды и радиуса ρ :

$$\rho_2 = \rho_3 - \rho.$$

Результаты вычисления координат активного профиля зубьев приведены на рис. 2. Нижняя точка активного профиля ограничена окружностью вершин зубьев шестерни, а верхняя точка – окружностью вершин зубьев колеса.

Приведенный радиус кривизны в торцовом сечении составляет

$$\rho_{пр.т} = 1 / (1/\rho + 1/\rho_2).$$

При расчете контактных напряжений учитывается приведенный радиус кривизны в нормальном сечении

$$\rho_{пр.н} = \rho_{пр.т} / \cos \beta_k,$$

где β_k - угол наклона винтовой линии зуба в точке контакта K .

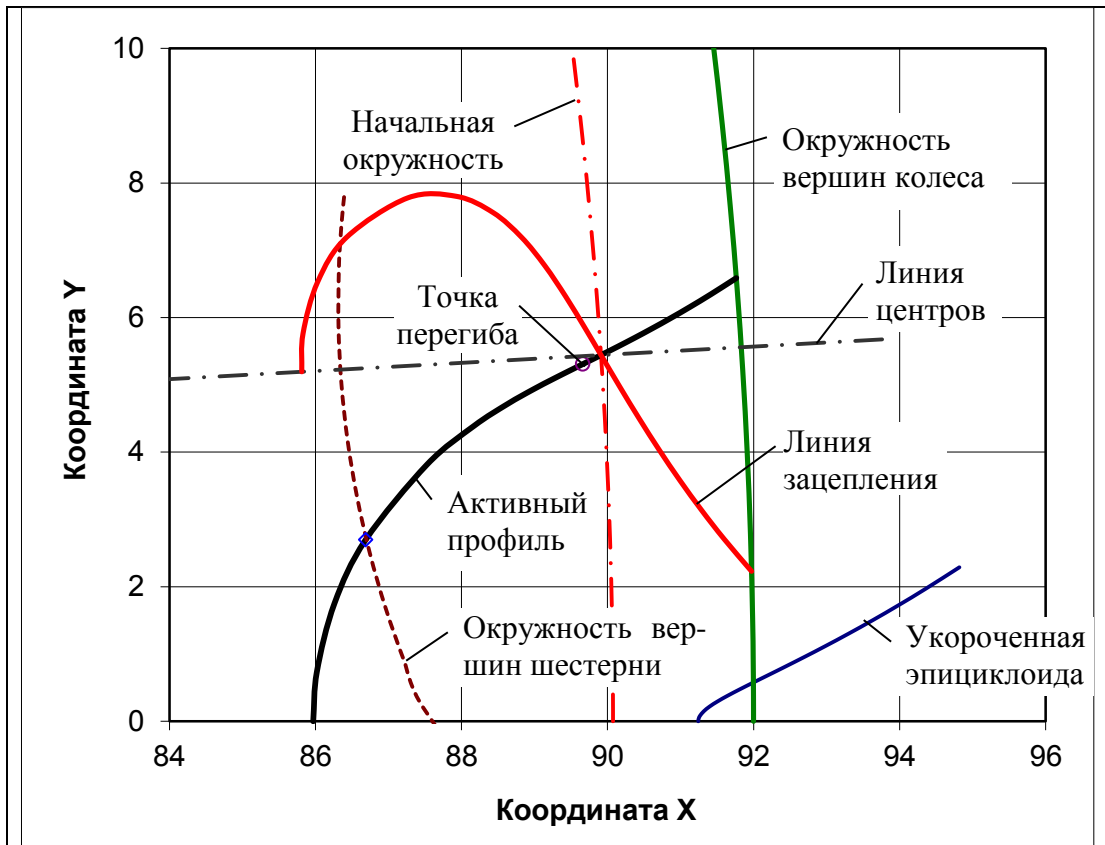


Рис. 2. Форма активного профиля зуба колеса и линия зацепления

Линия зацепления представляет собой траекторию точки касания сопряженных профилей зубьев, которая описывается в системе координат, связанной с осями зубчатых колес. Для определения линии зацепления выполним анализ параметров треугольника OKW , рис. 3. При вычислении координат линии зацепления задаем радиус r_k и, зная угол контакта γ , определяем угол

$$\xi = \varphi_k - \varphi_w = \arcsin(R \sin \gamma / r_k) - \gamma.$$

Координаты точек линии зацепления в системе координат xOy , связанной с осями зубчатых колес, составляют:

$$x = r_k \cos \xi; \quad y = r_k \sin \xi.$$

Координаты точек линии зацепления в системе координат XOY , повернутой на угол φ_w относительно линии центров, найдем в виде:

$$X = r_k \cos \varphi_k = r_k \cos(\varphi_w + \xi); \quad Y = r_k \sin \varphi_k = r_k \sin(\varphi_w + \xi).$$

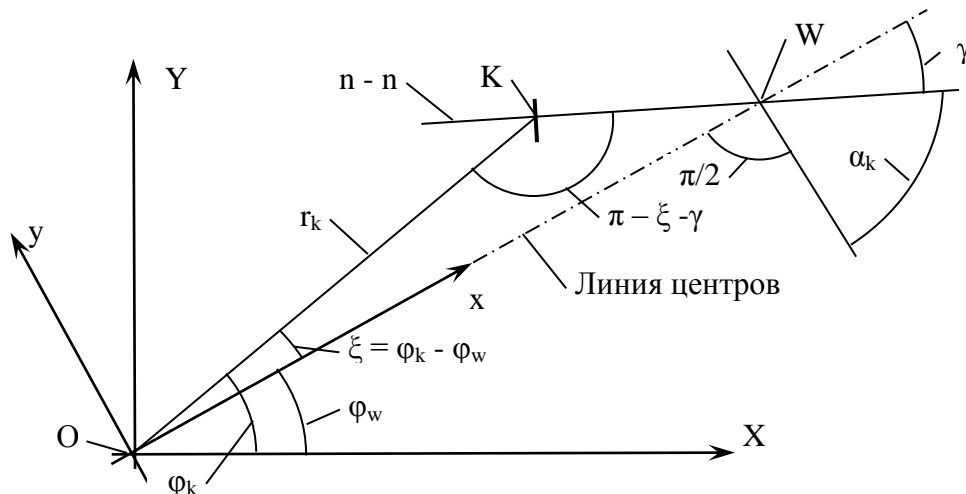


Рис. 3. К определению координат линии зацепления

Важными показателями качества передачи являются коэффициенты торцового и осевого перекрытия. Угол, на который поворачивается зубчатое колесо при перемещении точки касания из одного крайнего положения в другое, называется торцевым углом перекрытия. Этот угол для колеса на основании вычислений составляет $\varphi_{n2} = \varphi_{\max} - \varphi_{\min} = 6,181^\circ - 0,486^\circ = 5,695^\circ$. Угловой шаг колеса составляет $\gamma_2 = 360/z_2 = 360/29 = 12,414^\circ$. Коэффициент торцового перекрытия представляет собой отношение

$$\varepsilon_\alpha = \varphi_{n2}/\gamma_2 = 5,695/12,414 = 0,459.$$

Коэффициент торцового перекрытия рассматриваемой пары ЭЦ-зацепления значительно меньше нормируемого значения $\varepsilon_\alpha > 1$. Нормальное функционирование зацепления при $\varepsilon_\alpha < 1$ возможно только при исполнении зубьев косыми с необходимой величиной коэффициента осевого перекрытия $\varepsilon_\beta > 1$. Суммарная длина контактных линий в ЭЦ-зацеплении пропорциональна величине коэффициента ε_α , поэтому номинальная удельная нагрузка в ЭЦ-зацеплении заведомо выше, чем у эвольвентной передачи.

Коэффициент осевого перекрытия представляет собой отношение ширины зубчатого венца и осевого шага и для рассматриваемой пары составляет

$$\varepsilon_\beta = b_w/p_x = b_w z_2 \operatorname{tg} \beta / (2\pi R) = 47 \cdot 29 \cdot \operatorname{tg} 0,5806 / (2 \cdot \pi \cdot 90,07) = 1,343.$$

Вследствие осевого фланкирования у торцовых сечений на глубину 0,1 мм фактический коэффициент осевого перекрытия ниже расчетного значения и составляет $\varepsilon_\beta = 1,2$.

Контактная линия в косозубом ЭЦ-зацеплении представляет собой пространственную кривую. Проекцией контактной линии на торцовую плоскость является линия зацепления. Задавая осевое приращение $dz = R d\varphi / \operatorname{tg} \beta$, определяем соответствующее ему приращение dx и dy длины контактной линии, как приращения dx и dy длины линии зацепления при повороте колеса на угол $d\varphi$. На этом основании приращение длины контактной линии dL выражается через элементарные приращения по координатным осям

$$dL = \sqrt{dz^2 + dx^2 + dy^2}.$$

Длина контактной линии на отдельном участке и полная длина контактной линии определяется численным интегрированием. Задавая малое приращение угла поворота $\Delta\varphi_i$, рассчитываются проекции приращения длины контактной линии на координатные оси: $\Delta z_i = R \Delta\varphi_i / \operatorname{tg} \beta$, Δx_i , Δy_i . Здесь Δx_i , Δy_i – приращения длины линии зацепления при повороте колеса на угол $\Delta\varphi_i$. Приращение длины контактной линии при численном интегрировании составляет

$$\Delta L_i = \sqrt{\Delta z_i^2 + \Delta x_i^2 + \Delta y_i^2}.$$

Длина контактной линии представляет собой сумму приращений ΔL_i по всем i -тым участкам

$$L = \sum_{i=1,2,3\dots} \Delta L_i.$$

На рис. 4 представлено изменение величины приведенного радиуса кривизны в нормальном сечении $\rho_{\text{пр.н}}$ в зависимости от положения точки контакта на контактной линии. Максимальное значение приведенного радиуса кривизны $\rho_{\text{пр.н}}$ соответствует контакту зуба шестерни с впадиной зуба колеса. Этот контакт не реализуется в связи с наличием радиального зазора. Сплошной линией показаны значения $\rho_{\text{пр.н}}$, которые имеют место в процессе зацепления от момента входа в контакт вершин зубьев шестерни с ножками зубьев колеса до момента выхода зубьев из зацепления. Как видно из рис. 4, максимальное значение $\rho_{\text{пр.н}}$ в 26,6 раза больше значения, реализуемого в полюсе зацепления. Зона контакта с большими приведенными радиусами кривизны составляет сравнительно небольшую часть (до 25 %) всей длины линии контакта и не оказывает влияния на несущую способность передачи в связи с локализацией удельной нагрузки в околополюсной зоне.

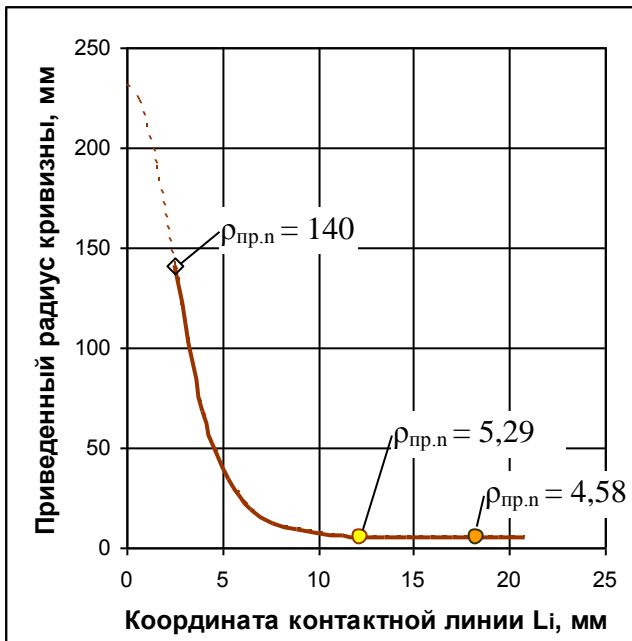


Рис. 4. Изменение величины приведенного радиуса кривизны по длине контактной линии



Рис. 5. Изменение угла нормали γ по длине контактной линии

На рис. 5 показано изменение угла нормали γ по длине контактной линии. Угол нормали достигает максимума в околополюсной зоне и, как показано ниже, поэтому удельной нагрузки локализуется в околополюсной зоне. Обратим внимание, что в эвольвентном зацеплении аналогичный угол является постоянной величиной и составляет

$$\gamma = \pi/2 - \alpha_{tw},$$

где α_{tw} – угол зацепления в торцовом сечении.

Представленный выше расчет геометрии ЭЦ-зацепления совпадает с методикой расчета геометрических параметров циклоидально-цевочного зацепления, и поэтому нет оснований считать ЭЦ-зацепление новым видом зацепления.

Для расчета распределения удельной нагрузки по линии контакта составим условие совместности деформаций и перемещений на основании схемы, показанной на рис. 6. Перемещение профиля зуба колеса в окружном направлении в торцовой плоскости при повороте колеса на угол ε представляет собой произведение $S_t = r_k \varepsilon$, где r_k – радиус-вектор для точки контакта K . Деформация контактирующих зубьев в рассматриваемой точке контакта является проекцией перемещения S_t на направление нормали к поверхности зубьев в точке контакта:

$$\text{в торцовой плоскости } \delta_t = \varepsilon r_k \sin(\xi + \gamma);$$

$$\text{в направлении нормали к винтовой линии зуба } \delta_n = \delta_t \cos \beta_k,$$

где $\beta_k = \arctg(r_k \tan \beta / R)$ – угол наклона зубьев в точке контакта K .

В прикладных расчетах зубчатых передач принимают линейную зависимость удельной нагрузки от величины деформации

$$q_n = C_q \delta_n,$$

где C_q – коэффициент удельной жесткости для контактирующей пары зубьев.

Линейная зависимость согласуется с результатами экспериментальных исследований, которые выполнены на натурных моделях зубчатых колес. Практически линейной является также зависимость контактной деформации от удельной нагрузки для подшипников с цилиндрическими роликами.

В общем случае коэффициент жесткости рассчитывают как совместное проявление контактной и изгибной деформации пар зубьев

$$C_q = 1 / (1/C_{qk} + 1/C_{qn}),$$

где C_{qk} , C_{qn} – соответственно, коэффициенты удельной жесткости, с помощью которых учитывают влияние контактной и объемной (изгибной и сдвиговой) деформации пары зубьев.

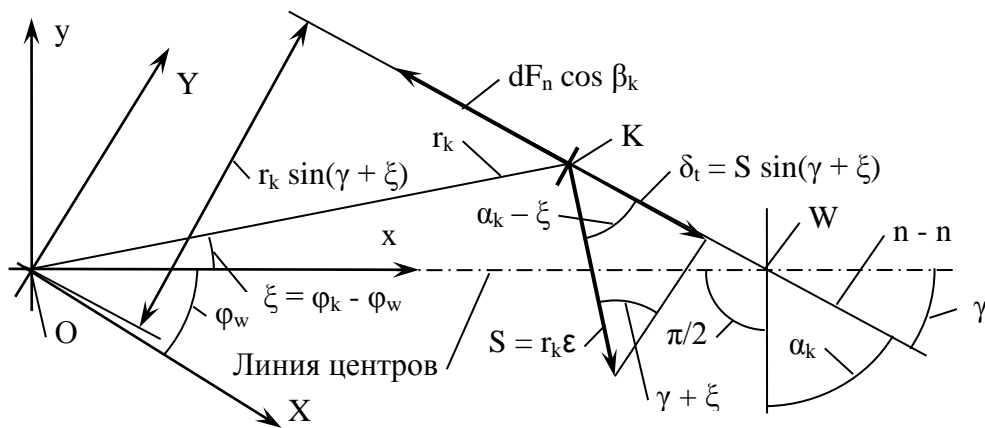


Рис. 6. К определению величины деформации контактирующей пары зубьев и составлению условия равновесия

Величина коэффициента удельной жесткости эвольвентных пар зубьев может быть установлена в соответствии с рекомендациями ГОСТ 21354-87. Диапазон изменения коэффициента удельной жесткости составляет $12000 \leq C_q \leq 20000$ Н/мм². При расчете эвольвентных передач обычно учитывают $C_q = 14000 \dots 16000$ Н/мм² при контакте зубьев в околополюсной зоне и $C_q = 11000 \dots 13000$ Н/мм² – при контакте в крайних точках линии зацепления. Коэффициент удельной жесткости эвольвентных зубьев зависит от положения точки контакта по высоте зубьев и обуславливает известную концентрацию удельных нагрузок по длине контактной линии косозубых передач в околополюсной зоне.

Изгибная жесткость зубьев ЭЦ-зацепления выше, чем у эвольвентных зубьев, поэтому предполагаемые значения коэффициента удельной жесткости зубьев ЭЦ-зацепления выше, чем у эвольвентных передач ориентировочно на 20 %. Ниже показано, что в рассматриваемой постановке задачи расчета удельных сил и контактных напряжений величина коэффициента C_q не имеет принципиального значения.

Элементарная нормальная сила на участке контактной линии с длиной dL составляет

$$dF_n = q_n dL = C_q \varepsilon r_k \sin(\xi + \gamma) \cos \beta_k dL.$$

Из треугольника OKW (рис. 3) на основании теоремы синусов следует

$$\sin(\xi + \gamma) = R \sin \gamma / r_k,$$

и поэтому далее в расчетах учитывается

$$dF_n = q_n dL = C_q \varepsilon R \sin \gamma \cos \beta_k dL.$$

Элементарная сила, действуя относительно оси колеса на плече $r_k \sin(\xi + \gamma) = R \sin \gamma$, создает элементарный вращающий момент

$$dT = r_k \sin(\xi + \gamma) dF_n \cos \beta_k = C_q \varepsilon r_k^2 \sin^2(\xi + \gamma) \cos^2 \beta_k dL = C_q \varepsilon R^2 \sin^2 \gamma \cos^2 \beta_k dL.$$

Условие равновесия по заданному внешнему вращающему моменту на зубчатом колесе $T = T_2$ имеет вид

$$T_2 = \int dT = C_q \varepsilon R^2 \int (\sin \gamma \cos \beta_k)^2 dL.$$

Интегрирование осуществляется только по тем участкам контактных линий, на которые действует удельная нагрузка. В рассматриваемой передаче с ЭЦ-зацеплением на ширине зубчатого венца при $\varepsilon_\beta = 1,343$ фактически располагается только одна контактная линия.

Из условия равновесия по вращающему моменту установлена следующая интегральная зависимость для вычисления произведения удельной жесткости и угла поворота колеса

$$C_q \varepsilon = T_2 / \int (R \sin \gamma \cos \beta_k)^2 dL.$$

При известной величине произведения $C_q \varepsilon$ удельная сила вычисляется по формуле

$$q_n = C_q \varepsilon R \sin \gamma \cos \beta_k.$$

Как видно, величина коэффициента удельной жесткости не влияет на величину рассчитываемых сил, так как в расчетных формулах учитывается произведение $C_q \varepsilon$. При большой удельной жесткости C_q уменьшается величина угла поворота ε и наоборот, снижение удельной жесткости C_q сопровождается соответствующим увеличением угла поворота ε .

Номинальные контактные напряжения определены на основании формулы Герца

$$\sigma_H = 0,418\sqrt{q_n E_{пр}/\rho_{пр.н}},$$

где $E_{пр}$ – приведенный модуль упругости ($E_{пр} = 2,08 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$); $\rho_{пр.н}$ – приведенный радиус кривизны в нормальном сечении к линии зубьев в точке контакта K .

Полуширина полосы контакта рассчитывается по формуле

$$b_H = 1,52\sqrt{q_n \rho_{пр.н}/E_{пр}}.$$

Далее в примере учитывается расчетный момент на колесе $T_2 = 962 \text{ Н}\cdot\text{м}$, которому соответствует величина произведения $C_q \varepsilon = 11,53 \text{ Н/мм}^2$. Вычисленное распределение удельной силы по длине линии контакта представлено на рис. 7 сплошной линией. Удельная нагрузка пропорциональна величине синуса угла нормали и достигает максимального значения $q_n = 822 \text{ Н/мм}$ в полюсе зацепления. Концентрация удельной нагрузки в околополюсной зоне является характерной особенностью ЭЦ-зацепления.

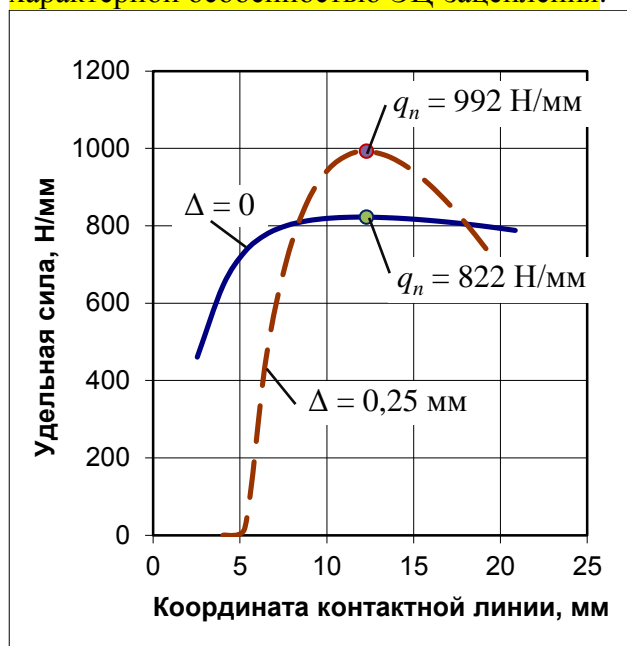


Рис. 7. Распределение удельной нагрузки по длине линии контакта

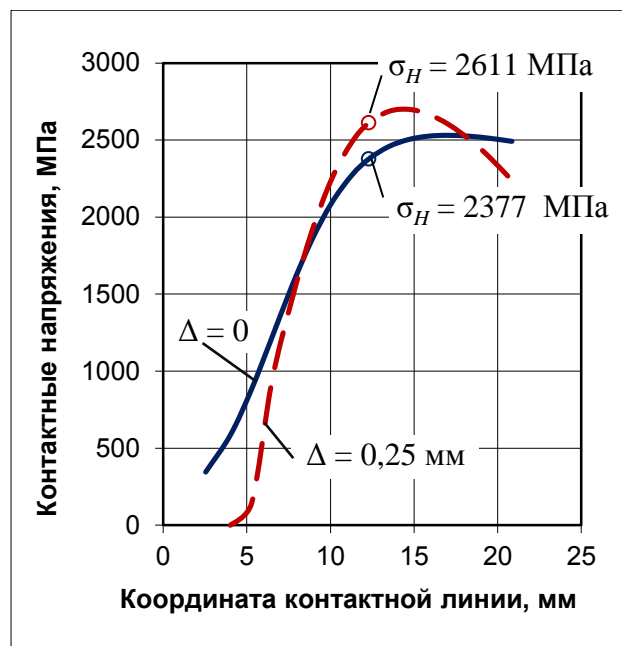


Рис. 8. Распределение контактных напряжений по длине линии контакта

Для рассчитываемой пары ЭЦ-зацепления распределение контактных напряжений вдоль линии контакта показано сплошной линией на рис. 8. Максимум контактных напряжений $\sigma_H = 2531 \text{ МПа}$ смещен от полюса, где величина контактных напряжений составляет $\sigma_H = 2377 \text{ МПа}$, в зону контакта головок зубьев колеса и ножек зубьев шестерни, где приведенный радиус кривизны достигает минимума. Несмотря на низкий уровень удельных сил и контактных напряжений на ножках зубьев колеса, в этой зоне с максимальным приведенным радиусом кривизны ширина пятна контакта достигает значения $2b_H \approx 1,7 \text{ мм}$. В области действия максимальных контактных напряжений она составляет только $2b_H \approx 0,406 \text{ мм}$. Линия начального контакта является практически прямой на длине, которая составляет не менее $\frac{3}{4}$ всей длины контактной линии.

Силы, действующие в зацеплении, рассчитываются интегрированием проекций элементарной силы dF_n на соответствующие направления. Для определения окружной, радиальной и осевой сил следует вычислить следующие интегралы:

$$F_t = \int q_n \sin(\xi + \gamma) \cos \beta_k dL;$$

$$F_r = \int q_n \cos(\xi + \gamma) \cos \beta_k dL;$$

$$F_a = \int q_n \sin(\xi + \gamma) \sin \beta_k dL.$$

Для рассчитываемой зубчатой пары ЭЦ-зацепления в результате численного интегрирования установлены значения сил: $F_t = 11133 \text{ Н}$; $F_r = 6314 \text{ Н}$; $F_a = 6203 \text{ Н}$.

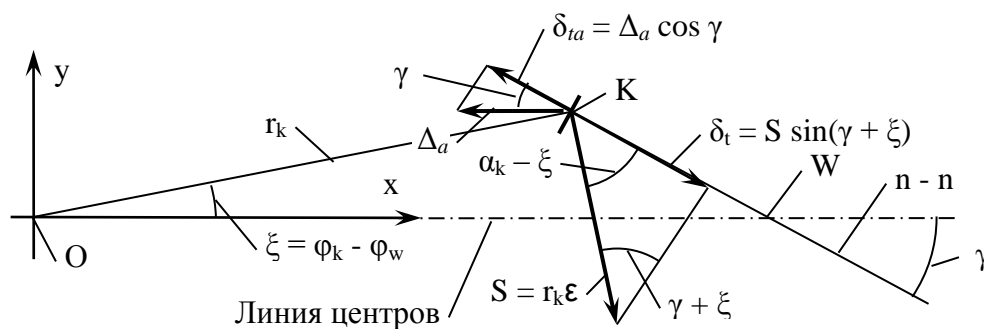


Рис. 9. К оценке влияния увеличения межосевого расстояния на деформацию и контактные напряжения

Приведенный выше расчет удельных сил и контактных напряжений выполнен для передачи с ЭЦ-зацеплением, которая изготовлена без бокового зазора. Для обеспечения бокового зазора необходимо выполнить обкатывание профилей зубьев колеса инструментом с увеличенным радиусом ρ , или изготовить зубья шестерен с уменьшенным радиусом ρ , или увеличить монтажное межосевое расстояние против расчетного значения.

Рассмотрим влияние отклонения межосевого расстояния от номинального значения на изменение уровня контактных напряжений. Примем во внимание, что под действием сил в зацеплениях за счет деформации валов и опор межосевое расстояние увеличивается на Δ_{a1} . Увеличение межосевого расстояния против расчетного значения обусловлено также допуском на изготовление корпусных деталей, оцениваемое величиной Δ_{a2} . Кроме этого, необходимо учитывать преднамеренное увеличение межосевого расстояния против расчетного значения на величину Δ_{a3} , которое вводят для создания бокового зазора [1]. Действительное межосевое расстояние в результате деформации валов, опор, влияния зазоров в опорах и допуска на межосевое расстояние увеличивается против номинального значения на величину

$$\Delta_a = \Delta_{a1} + \Delta_{a2} + \Delta_{a3}.$$

Увеличение межосевого расстояния сопровождается кинематическим перемещением активных профилей зубьев колеса, которое, накладываясь на кинематическое перемещение при повороте колеса на угол ε , обуславливает деформацию контактирующих зубьев в рассматриваемой точке контакта, рис. 9:

$$\text{в торцевой плоскости } \delta_t = \varepsilon R \sin \gamma - \Delta_a \cos \gamma;$$

$$\text{в направлении нормали к винтовой линии зуба } \delta_n = \delta_t \cos \beta_k.$$

Здесь при вычислении деформации зубьев учитывается $r_k \sin(\xi + \gamma) = R \sin \gamma$.

Элементарная нормальная сила на участке контактной линии с длиной dL составляет

$$dF_n = q_n dL = C_q (\varepsilon R \sin \gamma - \Delta_a \cos \gamma) \cos \beta_k dL.$$

Элементарная сила, действуя относительно оси колеса на плече $r_k \sin(\xi + \gamma) = R \sin \gamma$, создает элементарный вращающий момент

$$dT = R \sin \gamma dF_n \cos \beta_k = R \sin \gamma C_q (\varepsilon R \sin \gamma - \Delta_a \cos \gamma) \cos^2 \beta_k dL.$$

Условие равновесия по заданному внешнему вращающему моменту на зубчатом колесе $T = T_2$ имеет вид

$$T_2 = \int dT = C_q \varepsilon R^2 \int \sin^2 \gamma \cos^2 \beta_k dL - C_q R \Delta_a \int \cos \gamma \sin \gamma \cos^2 \beta_k dL.$$

Интегрирование осуществляется только по тем участкам контактных линий, на которые действует удельная нагрузка.

Из условия равновесия следует

$$\varepsilon = [T_2 / (C_q R^2) + B \Delta_a / R] / A,$$

где $A = \int \sin^2 \gamma \cos^2 \beta_k dL$; $B = \int \cos \gamma \sin \gamma \cos^2 \beta_k dL$.

Влияние увеличения межосевого расстояния на уровень удельных нагрузок и контактных напряжений иллюстрируется на рис. 8 и 9 штриховыми линиями. Увеличение межосевого расстояния вследствие деформаций валов, опор и погрешностей изготовления корпуса против номинального значения приводит к увеличению концентрации удельной нагрузки и контактных напряжений в околополюсной зоне.

Уровень контактных напряжений в рассчитываемой зубчатой паре ЭЦ-зацепления, составляющий $\sigma_H > 2500$ МПа, оказался значительно выше уровня допускаемых контактных напряжений, регламентированных в прочностных расчетах зубчатых передач для зубчатых колес с поверхностным упрочнением зубьев [5]. В связи с этим рассмотрим альтернативный вариант эвольвентной шевронной передачи с параметрами:

- межосевое расстояние $a_w = 102,5$ мм;
- передаточное число $U = z_2/z_1 = 58/8 = 7,25$;
- модуль $m = 2,5$ мм;
- коэффициенты смещения исходного контура: шестерни $x_1 = 0,531$; колеса $x_2 = 0$;
- коэффициент торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha = 1,035$;
- коэффициент осевого перекрытия $\varepsilon_\beta = 1,62$;
- угол наклона линии зубьев $\beta = 35,4^\circ$;
- расчетная ширина полушевронов $b_w = 22$ мм;
- угол зацепления в торцовом сечении $\alpha_{tw} = 25,6^\circ$;
- приведенный радиус кривизны в нормальном сечении в полюсе $\rho_{пр.нw} = 5,63$ мм;
- суммарная длина контактных линий $L_\Sigma = 54,3$ мм.

Шевронная передача может быть выполнена с минимальным размером канавки между полушевронами за счет изготовления колес на трехкоординатных станках с ЧПУ, как принято в технологии фирмы ЗАО «Технология маркет» при изготовлении колес с ЭЦ-зацеплением. В этом варианте осевые размеры эвольвентной шевронной передачи совпадают с осевыми размерами передачи с ЭЦ-зацеплением.

В результате расчета при моменте на колесе $T_2 = 962$ Н·м установлена величина номинальных контактных напряжений в полюсе зацепления эвольвентной передачи $\sigma_{Ho} = 1207$ МПа. Как видно из этого примера, уровень контактных напряжений в эвольвентной передаче оказался в два раза ниже, чем у передачи с ЭЦ-зацеплением.

По нагрузочной способности ЭЦ-зацепление уступает эвольвентному зацеплению вследствие того, что:

- мала суммарная длина контактных линий, что обусловлено низкой величиной коэффициента торцового перекрытия $\varepsilon_\alpha \ll 1$;
- имеет место концентрация удельных нагрузок в околополюсной зоне, которая связана с характерным максимумом угла γ между направлением нормали к профилям зубьев и линией центров в полюсной зоне, а также с увеличением межосевого расстояния против номинального значения с целью создания требуемого бокового зазора.

Обсуждая вопрос снижения потерь на трение в ЭЦ-зацеплении, следует принять во внимание большое число факторов, которые влияют на силу трения в контакте зубьев. Не разбирая все многообразие сочетаний параметров, ограничимся сравнением коэффициента потерь рассматриваемых вариантов передачи с эвольвентным и ЭЦ-зацеплением. В сравниваемых вариантах передач диапазоны изменения скорости скольжения и суммарной скорости качения в пределах активного участка линии зацепления сопоставимы между собой.

Потери на трение рассчитывались методом численного интегрирования текущих значений коэффициента потерь с учетом фактических скоростей скольжения, качения и уровня контактных напряжений в пределах активного участка линии зацепления. Для вычисления коэффициента трения была использована эмпирическая зависимость [6], в которой учитывается комплекс кинематических, нагрузочных параметров и вязкость смазочного материала. Выбор для анализа этой эмпирической зависимости обусловлен тем, что она дает удовлетворительное согласие с результатами экспериментальных исследований потерь в зубчатых передачах [7].

В результате расчета установлено, что коэффициент потерь в эвольвентной шевронной паре оказался всего лишь в $1,01 \dots 1,04$ раза выше, чем у рассматриваемой пары ЭЦ-зацепления с номинальным межосевым расстоянием. Обратим внимание, что уже при незначительном увеличении числа зубьев в эвольвентной передаче ситуация меняется и потери на трение в эвольвентной передаче оказываются заметно ниже, чем у передачи с ЭЦ-зацеплением.

Надписи под рисунками

- Рис. 1. Схема к вычислению профиля зубьев колеса и построение Бобилье для определения радиусов кривизны
- Рис. 2. Форма активного профиля зуба колеса и линия зацепления
- Рис. 3. К определению координат линии зацепления
- Рис. 4. Изменение величины приведенного радиуса кривизны по длине контактной линии
- Рис. 5. Изменение угла нормали γ по длине контактной линии
- Рис. 6. К определению величины деформации контактирующей пары зубьев и составлению условия равновесия
- Рис. 7. Распределение удельной нагрузки по длине линии контакта
- Рис. 8. Распределение контактных напряжений по длине линии контакта
- Рис. 9. К оценке влияния увеличения межосевого расстояния на деформацию и контактные напряжения

Литература

1. Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Щербаков Н.Р. Полюсный контакт в эксцентриково-циклоидальном (ЭЦ) зацеплении. Сб. тр. Международного симпозиума «Теория и практика зубчатых передач» Россия, Ижевск 21-23 янв. 2014. С. 220-226.
2. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике. М.:Наука. 1964 -. 872 с.
3. Кетов Х.Ф., Колчин Н.И. Теория механизмов и машин/ под ред. Х.Ф.Кетова - НКТМ СССР ГНТИМЛ, М.-Л. 1939. - с. 273-278.
4. Прикладная механика: учебное. пособие для вузов/ рук.авт.колл. проф. К.И.Заблонский. – 2-е изд. – К.: Вища школа. 1984. – с. 138-139.
5. Расчет и проектирование зубчатых редукторов:Справочник/В.Н.Кудрявцев, И.С.Кузьмин, А.Л.Филипенков; Под общ. ред. В.Н.Кудрявцева. – СПб.:Политехника, 1993. - 448 с.
6. Дроздов Ю.Н., Гавриков Ю.А. Новый критерий для расчета зубчатых передач на заедание. – «Вестник машиностроения», 1967, №7. С.
7. Редукторы энергетических машин:Справочник/ Б.А.Балашов, Р.Р.Гальпер, Л.М.Гаркави и др. Под общ. Ред. Ю.А.Державца. –Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-ние, 1985 – 232 с.